

土的应力-应变关系的一种描述模式^{*}

何利军 孔令伟

(中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室 武汉 430071)

摘 要 通常将由土的剪切试验测得的应力-应变关系曲线($q \sim \varepsilon_1$ 曲线)分为应变硬化型和应变软化型,文中提出了一种能同时描述应变硬化型 $q \sim \varepsilon_1$ 曲线和应变软化型 $q \sim \varepsilon_1$ 曲线的新模式,并导出了统一的切线模量表达式,进一步探讨了该应力-应变关系曲线描述模式在拟合应变硬化型曲线时的简化形式,及简化形式中参数取值方法和参数与围压的关系等方面的问题。通过与邓肯-张模型和应变软化模型的对比,结果表明该应力-应变关系曲线描述模式能更好地与试验数据吻合,且用其简化形式拟合应变硬化型曲线时,可以通过调整其中一个参数值来表达出不同的曲线形式,从而体现出土体应力-应变关系的多样性。该应力-应变关系描述模式为发展更一般的非线性弹性模型提供了一定的理论基础。

关键词 非线性弹性模型 邓肯-张模型 应变软化模型。

中图分类号:TU433 文献标识码:A

UNIFORM EXPRESSION OF STRESS-STRAIN RELATIONSHIP OF SOILS

HE Lijun KONG Lingwei

(State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071)

Abstract In this paper, the stress-strain relationship of soil established from shear tests is distinguished into two kinds-strain hardening type and strain softening type. A new stress-strain model which can not only describes strain hardening stress-strain curve but also strain softening stress-strain curve is presented. The equation of tangent modulus is deduced. The paper presents the simplified form of the expression when it was employed to describe strain hardening stress-strain curve. The method of fixing the parameter and the relationship between the parameters and the confining pressure was studied. Comparing this new model with Duncan-Chang model and the strain softening model, it is found that this new model can better meet test results. The simplified form of new model is more accurately to describe strain hardening stress-strain curve and can describe more kinds of curve comparison with Duncan-Chang model. It is able to display variety of the stress-strain curve of soils using a changeable parameter. The unified expression provides a base to develop a general nonlinear mechanics model of soils.

Key words Nonlinear elastic model, Duncan-Chang model, Strain softening model, Soil constitutive relation

^{*} 收稿日期: 2010-01-07; 收到修改稿日期: 2010-03-10.

第一作者简介: 何利军, 主要从事土力学本构模型及基本理论研究. Email: hlj81818@yahoo.com.cn

1 引言

对于土的非线性弹性模型中的 $E \sim \mu$ 模型,通常先确定 $q \sim \varepsilon_1$ 曲线的表达式,再对该表达式求导得到切线模量的表达式,初始切线模量是应力 - 应变曲线起始阶段的切线模量,不同的 $q \sim \varepsilon_1$ 曲线表达式会有不同的切线模量表达式, $q \sim \varepsilon_1$ 曲线分为硬化型和峰值后软化类型,对于应变硬化型 $q \sim \varepsilon_1$ 曲线,除了邓肯-张模型采用双曲线来描述 $q \sim \varepsilon_1$ 曲线以来,对描述应变硬化型 $q \sim \varepsilon_1$ 曲线表达式的研究由来以久,近来有代表性的研究成果有:刘祖德等^[1]建议用指数函数来描述,曾国熙^[2]、王年香等^[3]建议了归一化方法。Desai^[4]建议用样条函数表示试验曲线,殷德顺^[5,6]建议用基于分数阶微积分理论的乘幂函数和进而发展出来的负乘幂函数描述 $q \sim \varepsilon_1$ 曲线.土的 $E \sim \mu$ 模型中伴随着对 $q \sim \varepsilon_1$ 曲线的不同描述和处理,出现过很多不同的模型,有影响的模型主要有:双线性模型、多线性模型、双曲线模型、兰堡-奥斯古德模型^[7]、多项式模型等。其中双曲线模型的优点是:简单直观,能较好地反映土体的非线性特性,参数少且易通过试验直接获得,缺点是采用形式单一的双曲线描绘应力应变关系,有时存在很大误差。对应变软化型 $q \sim \varepsilon_1$ 曲线进行描述的研究,除了应变软化模型外,沈珠江^[8]曾建议用驼峰形的三次多项式描述 $q \sim \varepsilon_1$ 曲线以反映软化段的特点。对于如何将应变硬化型 $q \sim \varepsilon_1$ 曲线和应变软化型 $q \sim \varepsilon_1$ 曲线用一个表达式来描述,当前还鲜有人进行尝试,笔者提出了一种土的应力 - 应变关系的描述模式,能同时描述应变硬化型 $q \sim \varepsilon_1$ 曲线和应变软化型 $q \sim \varepsilon_1$ 曲线,并从统一的表达式推导了切线模量表达式,从数据的拟合精度来看,与数据的吻合令人满意,用该模式描述应变硬化型 $q \sim \varepsilon_1$ 曲线时,由该模式所推导的简化表达式提供了更为丰富的曲线形式来描述应变硬化型 $q \sim \varepsilon_1$ 曲线,进而也探讨了该简化形式参数的确定方法及参数与围压的关系。所作研究工作对于发展更一般的非线性弹性模型提供了一定的理论基础。

2 邓肯-张模型和应变软化模型介绍

邓肯-张模型(图1):

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\varepsilon_1}{a + b\varepsilon_1} \tag{1}$$

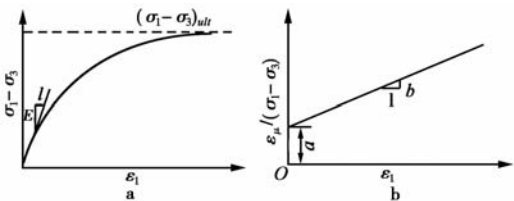


图1 邓肯-张模型应力-应变曲线
Fig. 1 Stress-strain curves of Duncan-Chang model

式中: $a = 1 / \left(\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{\varepsilon_1} \right)_{\varepsilon_1 \rightarrow 0} = \frac{1}{E_i}$, 其中 E_i 为初始切线模量, $b = \frac{1}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{\varepsilon_1 \rightarrow \infty}} = \frac{1}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}}$, $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ 为理论双曲线的最终值,即 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ 的极限值。

对于应变软化型曲线(图2),其应力-应变近似地描述为:

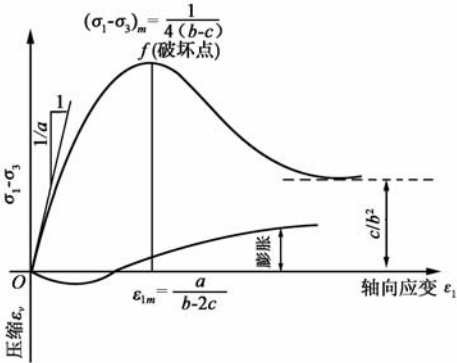


图2 应变软化型应力-应变关系曲线
Fig. 2 Strain softening stress-strain curves

$$q = (\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\varepsilon_1(a + c\varepsilon_1)}{(a + b\varepsilon_1)^2} \tag{2}$$

式中: a, b, c 均为试验参数。当 $\varepsilon_1 \rightarrow \infty$ 时,残余强度为 $q_r = c/b^2$; 当 $\varepsilon_1 \rightarrow 0$ 时,起始斜率为 $(q/\varepsilon_1)_{\varepsilon_1 \rightarrow 0} = 1/a$ 。峰值应变和主应力差峰值分别为 $(\varepsilon_1)_p = a/(b - 2c)$; $q_p = \frac{1}{4(b - c)^2}$ 。

3 应变硬化型 $q \sim \varepsilon_1$ 曲线的指数函数

应变硬化型 $q \sim \varepsilon_1$ 曲线实质是一种存在水平渐近线上限的衰减曲线,能够描述该曲线的式子较多,鉴于黏弹性蠕变 $\varepsilon \sim t$ 曲线也是一种存在水平渐近线上限的衰减曲线,其表达式是含有以 e 为底的指数函数的式子, $q \sim \varepsilon_1$ 曲线不妨由与其形式相同的式子来描述:

$q = (\sigma_1 - \sigma_3) = -f(e^{-a(\varepsilon_1 - c)} + e^{-b(\varepsilon_1 - c)}) + d \quad (3)$

其中的参数由 Matlab 拟合得出,很明显 $d = (\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ 。用式(3)描述应变硬化型曲线的效果往往好于邓肯-张模型,拟合精度更高,限于篇幅,不再详述。

4 应变软化型 $q \sim \varepsilon_1$ 曲线的指数函数

在 OriginPro7.5 的函数库中有一个 Boxlucas2 函数(图 3),其表达式为:

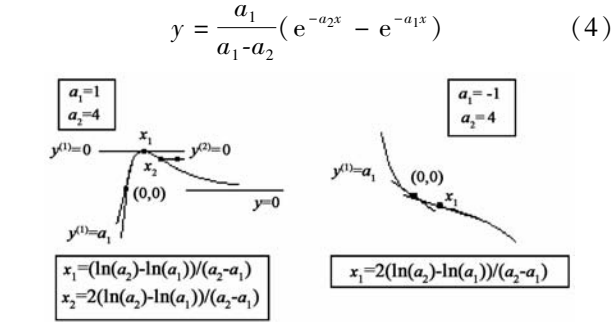


图 3 Boxlucas2 函数曲线示意图

Fig. 3 Schematic diagram of the Boxlucas2 function curves

图 3 是式(4)在参数取不同值时的两种可能的图形形式,当 $a_2 > a_1 > 0$ 时,从图 3 左边的图形可以看出,其曲线通过坐标原点且逼近 x 轴 ($y = 0$),而图 2 中的曲线逼近 $y = \frac{c}{b^2}$ 轴,因此,需要经过坐标平移才能将图 3 的曲线变换为图 2 曲线的位置,则变换后的表达式为:

$$y - y_0 = \frac{a_1}{a_1 - a_2}(e^{-a_2(x-x_0)} - e^{-a_1(x-x_0)}) \quad (5)$$

即

$$q = \frac{a_1}{a_1 - a_2}(e^{-a_2(\varepsilon_1 - \varepsilon_0)} - e^{-a_1(\varepsilon_1 - \varepsilon_0)}) + q_0 \quad (6)$$

为了提高拟合的精度,引入系数 m, n 。表达式为:

$$q = m \cdot \frac{a_1}{a_1 - a_2}(e^{-a_2(\varepsilon_1 - \varepsilon_0)} - e^{-a_1(\varepsilon_1 - \varepsilon_0)}) + n \cdot q_0 \quad (7)$$

令 $d' = n \cdot q_0, a' = a_2, b' = a_1, c' = \varepsilon_0, f' = -m$.

$$\frac{a_1}{a_1 - a_2} = -m \frac{b'}{b' - a'}, \text{ 则式(7)变换为:}$$

$$q = -f'(e^{-a'(\varepsilon_1 - c')} - e^{-b'(\varepsilon_1 - c')}) + d' \quad (8)$$

对比式(3)和式(8),可以看出其形式上的不同在于等号右边第一个括号里的符号,为此,引入函数 H ,其表达式为:

$$H = \frac{\sigma_3 - \sigma_{yp}}{\sqrt{(\sigma_3 - \sigma_{yp})^2}} \quad (9)$$

或

$$H = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 - \sigma_3)_{yq}}{\sqrt{((\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 - \sigma_3)_{yq})^2}} \quad (10)$$

其中: σ_{yp} 或 $(\sigma_1 - \sigma_3)_{yp}$ 为结构屈服应力,通常在常规三轴压缩实验中,由于球应力会使土体产生结构损伤,当球应力大到使土体产生了较大的变形,结构出现较明显的损伤时,就可以把这个球应力看作是等向压缩(固结)状态时的屈服应力 σ_{yp} ;而如果在固结过程中,围压不足以使土体结构出现损伤,在剪切过程中,随着轴向应力的增加,土体结构开始产生大量破损时所对应的主应力差就可看作是其结构屈服应力 $(\sigma_1 - \sigma_3)_{yq}$,当固结压力高于结构屈服压力时,应力-应变关系呈“应变硬化型”,此时, $H = 1$,当固结压力低于结构屈服压力时,应力-应变关系呈“应变软化型”,此时, $H = -1$ 。据此应力-应变关系的“应变硬化型”和“应变软化型”可以统一为下面的形式:

$$q = -f''(e^{-a''(\varepsilon_1 - c'')} + H e^{-b''(\varepsilon_1 - c'')}) + d'' \quad (11)$$

对式(11)求导,可以得到切线模量公式:

$$E_t = -f''(-a''e^{-a''(\varepsilon_1 - c'')} - H b''e^{-b''(\varepsilon_1 - c'')}) \quad (12)$$

5 试验参数的确定及模型间的比较

应变硬化型曲线数据和应变软化型曲线数据分别取自于相关文献^[9,12],分别用邓肯-张模型、应变软化模型和文中模式(式(11)),借助 Matlab 数学计算软件进行数据拟合,分别采用偏应力 q 值的平均拟合误差与相关系数来衡量拟合精度,偏应力 q 值的平均拟合误差是指所有偏应力 q 的拟合值与实际值的差的绝对值的平均数,模式的参数取值和拟合效果见表 1~3,其中参数的值为常数,偏应力和切线模量的单位取为 MPa,应变量为常数。

表 1 模式中参数的取值						
Table 1 Parameters value of model						
	a''	b''	c''	d''	f''	H
应变硬化型	0.2124	0.2124	0.0977	1.6431	0.8058	1
应变软化型	0.2859	0.2157	1.9580	0.6544	3.4325	-1

从表 2 和图 4 以及对各种不同数据的拟合情况来看,文中模式通常能很好地模拟应变硬化型曲线的数据,特别是在曲线的后半阶段,明显优于邓肯-张模型的拟合效果。从表 3 和图 5 以及对各种不同

表 2 文中模式与邓肯-张模型的拟合精度对比

Table 2 Fitting results comparison between the new model and Duncan-Chang model		
	邓肯-张模型	文中模式
平均拟合误差	0.0223	0.013
相关系数	0.9981	0.9993

表 3 文中模式与应变软化模型的拟合精度对比

Table 3 Fitting results comparison between the new model and strain softening model		
	应变软化模型	文中模式
平均拟合误差	0.0708	0.0677
相关系数	0.9600	0.9642

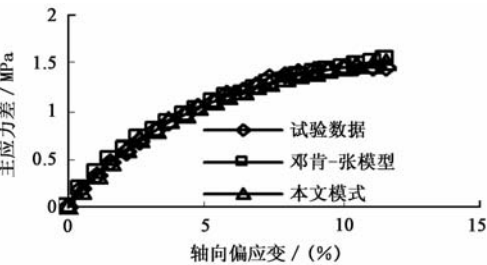


图 4 文中模式与邓肯-张模型的拟合效果对比
Fig. 4 Fitting curves comprison between the new model and Duncan-Chang model

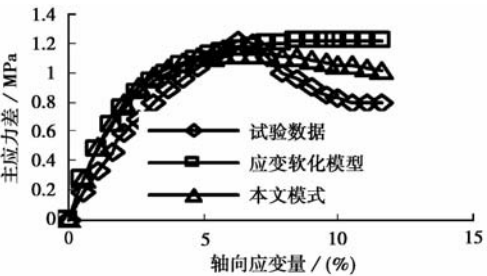


图 5 文中模式与应变软化模型的拟合效果对比
Fig. 5 Fitting curves comprison between the new model and strain softening model

数据的拟合情况来看,文中模式通常对应变软化曲线后阶段的拟合效果也要好,从理论上讲,应变软化模型能模拟曲线最后阶段逼近渐近线的特征,但实际上只能小坡度减缓逼近。以图 5 为例,当曲线后阶段的数据坡度变化较大或数据较多时,拟合精度大为降低,而文中模式较为稳定,从图 5 和表 3 还可以看出,文中模式的拟合效果令人满意。确定参数的值之后,根据文中模式,相关文献的应变硬化型曲线的切线模量(单位:MPa)为:

$$E_t = 0.3423e^{-0.2124(\varepsilon_1 - 0.0977)}, E_i = 0.3495$$

应变软化型曲线的切线模量为:

$$E_t = 0.9814e^{-0.2859(\varepsilon_1 - 1.9580)} - 0.7404e^{-0.2157(\varepsilon_1 - 1.9580)}, E_i = 0.5883$$

6 模式相关问题的探讨

6.1 模式的简化与参数确定方法的初步探讨

以应变硬化型 $q \sim \varepsilon_1$ 曲线为研究对象,相应的应力-应变描述模式也就是式(3)与 5 元件 Kelvin 模型的表达式形式相似,而 5 元件 Kelvin 模型可简化为 3 元件 Kelvin 模型来表示,类似地式(3)可简化为:

$$\begin{aligned} q &= (\sigma_1 - \sigma_3) = -f e^{-a(\varepsilon_1 - c)} + d \\ &= -f e^{-a\varepsilon_1} e^{ac} + d \end{aligned} \tag{13}$$

若令 $g = f \cdot e^{ac}$, 则上式变为:

$$q = (\sigma_1 - \sigma_3) = -g e^{-a\varepsilon_1} + d \tag{14}$$

对上式取对数即得到对数坐标纸上的直线方程为:

$$\ln(d - q) = \ln g - a\varepsilon_1 \tag{15}$$

试取 3 个常数即可得出满意的直线,或者按照下式更确切计算 d 值为:

$$d = \frac{q_1 q_2 - q_3^2}{q_1 + q_2 - 2q_3}, \tag{16}$$

式中: $(\varepsilon_1^{(1)}, q_1)$ 及 $(\varepsilon_1^{(2)}, q_2)$ 为曲线上靠近两端任选的两点,再选第 3 点为 $\varepsilon_1^{(3)} = \frac{1}{2}(\varepsilon_1^{(1)} + \varepsilon_1^{(2)})$ 时,可在曲线上查出相应的 q_3 值。

至于式(16)的引用,证明很简单,因为在曲线上的 3 点由式(15)为 $\ln(d - q_1) = \ln g - a\varepsilon_1^{(1)}, \ln(d - q_2) = \ln g - a\varepsilon_1^{(2)}, \ln(d - q_3) = \ln g - a\varepsilon_1^{(3)}$; 且因 $\varepsilon_1^{(3)} = \frac{1}{2}(\varepsilon_1^{(1)} + \varepsilon_1^{(2)})$, 则有 $\frac{1}{2}[\ln(d - q_1) + \ln(d - q_2)] = \ln g - a\varepsilon_1^{(3)} = \ln(d - q_3)$, 解出 d 即式(16)。

知道了 d 的值后,将 $(\varepsilon_1^{(1)}, q_1)$ 和 $(\varepsilon_1^{(2)}, q_2)$ 两点代入式(15),联立求解得到 a 和 g 的值,若试验的点子分散,还可将众多点子代入式(15)求 a, g 的平均值。

当然也可和前面一样,利用现代数学工具如 Matlab 依据最小二乘法原理获取参数或试算的方法获取参数。

6.2 简化模式参数与应力水平的关系

式(14)相应的切线模量: $E_t = a g e^{-a\varepsilon_1}, E_i = a g$ 。

式(14)中 $d = (\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$, g 的作用是拟合初始切线模量, a 能决定曲线的形状(图 10)。

用 Matlab 依据最小二乘法原理对参数进行取值,对于参数 g, a, d 与 σ_3 的关系,由于根据单个试验所得到的结论,缺乏普遍意义,为了证实所得出结论的普遍性,分别选取了五组数据。第一组数据来自于殷德顺^[6]等,,第二组数据来自于冯世进等^[10],第三组数据来自于周葆春^[11]等,第四组数据来自于杨学强等^[13],第五组数据来自于李治等^[14],用式(14)来拟合五组数据,发现 g, d 与 σ_3 的关系始终为线性。 a 与 σ_3 的关系有时线性有时非线性,但都可用三次多项式准确地描述,总共参数最多时为 8 个,虽然拟合精度超过邓肯-张模型,但参数比邓肯-张模型(n, K, R_f, c, φ) 要多。为此采用完全试算的方法获取参数,认为参数 a 不随 σ_3 变化,又由于 g, d 与 σ_3 的关系也为线性关系,从而参数为 5 个,而拟合精度高于邓肯-张模型。以上面的一组数据为例,其参数取值见表 4,参数 g 和 d 与 σ_3 是线性关系(图 6 和图 7)。

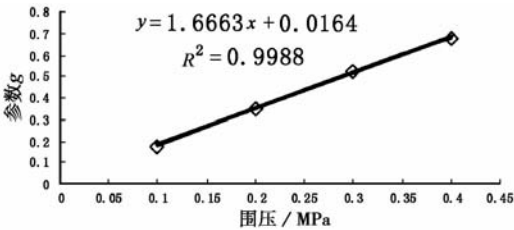


图 6 参数 g 与围压的关系曲线
Fig. 6 The $g-\sigma_3$ curve

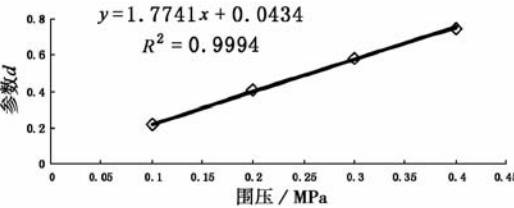


图 7 参数 d 与围压的关系曲线
Fig. 7 The $d-\sigma_3$ curve

表 4 参数取值
Table 4 Parameter value of model

a	不同围压的参数 g/MPa				不同围压的参数 d/MPa			
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.1	0.2	0.3	0.4
0.135	0.1781	0.3524	0.5253	0.6759	0.2158	0.4059	0.5756	0.7506

下面分别是简化模式和邓肯-张模型的拟合效果图,从图 8、图 9、表 5 和表 6 可以看出,简化模式

的拟合效果比邓肯-张模型要好。该简化模型相对于邓肯-张模型的主要优势在于:如图 10 所示,在 g 和 d 不变的情况和拥有共同渐近值的前提下,随着 a 的变化,应力-应变关系曲线会有不同形式,参数 a 的作用是使模型曲线更好地拟合试验数据,从而体现土体应力-应变关系的多样性,拟合效果也比邓肯-张模型要好一些。

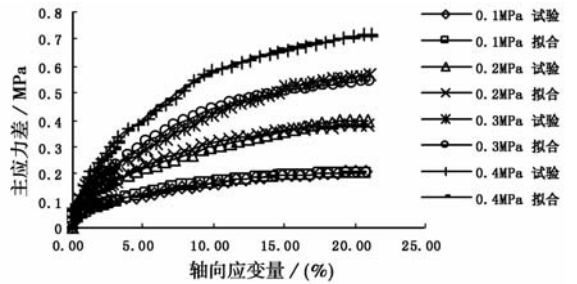


图 8 简化模式的拟合效果
Fig. 8 Fitting curve of simplified new model

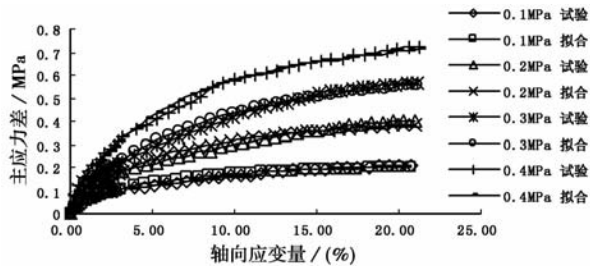


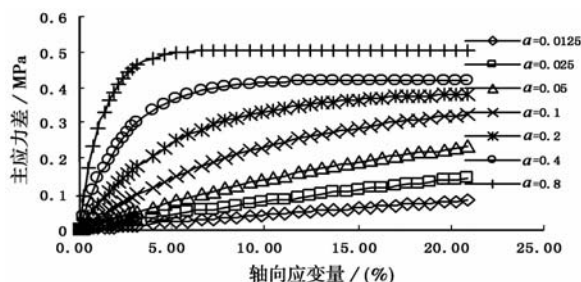
图 9 邓肯-张模型的拟合效果
Fig. 9 Fitting curve of Duncan-Chang model

表 5 两种模型的拟合精度对比(1)
Table 5 Fitting results comparison between the simplified new model and Duncan-Chang model(1)

	平均拟合误差			
	0.1 MPa	0.2 MPa	0.3 MPa	0.4 MPa
邓肯-张模型	0.0093	0.017	0.0194	0.0133
文中模式	0.0061	0.014	0.0182	0.0118

表 6 两种模型的拟合精度对比(2)
Table 6 Fitting results comparison between the simplified new model and Duncan-Chang model(2)

	相关系数			
	0.1 MPa	0.2 MPa	0.3 MPa	0.4 MPa
邓肯-张模型	0.9828	0.9867	0.9911	0.9967
文中模式	0.9873	0.9887	0.9915	0.9967

图 10 不同 a 情况下的应力-应变关系曲线Fig. 10 The stress-strain curves with different values of a

7 结 论

(1)文中提出了一种土的应力-应变关系描述模式,它将应变硬化型曲线和应变软化型曲线用一个表达式描述。通过与邓肯-张模型和应变软化模型对比,发现其能更好地与数据吻合。

(2)该应力-应变关系描述模式能更好地表达曲线逼近渐近线的部分,这是多项式模型等不具有的优势,因为高次多项式的曲线只会弯曲地通过各数据点,且当数据较多时,多项式模型的拟合精度下降。

(3)在描述应变硬化型 $q \sim \varepsilon_1$ 曲线时,该应力-应变关系描述模式的简化表达式同邓肯-张模型相比,精度更高,且具有表达包括双曲线在内的更广阔形式的曲线。在该简化表达式中,可以通过调整一个参数来改变曲线形式,从而体现土体应力-应变关系的多样性,文中还详细阐述了该简化表达式获取参数的方法和探讨了参数与围压的关系。

(4)文中提出的应力-应变关系描述模式的提出,对推动土的非线性弹性模型的发展具有一定的意义。当然,就其实际运用方面,该应力-应变关系还有待与有限元法相结合进行实践检验。

参 考 文 献

- [1] 刘祖德,陆士强,杨天林,等. 应力路径对填土应力-应变关系的影响及其应用[J]. 岩土工程学报, 1982, (4): 45 ~ 55.
Liu Zude, Lu Shiqiang, Yang Tianlin, et al. The influence of stress path on the stress-strain behavior of earthfills and its application. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1982, (4): 45 ~ 55.
- [2] 曾国熙. 正常固结黏土不排水剪的归一化性状[A]. 见: 软土地基学术讨论会论文选集[C]. 北京: 水利出版社, 1980.
Zeng Guoxi. Normalized stress-strain behavior of CU-Tests for normal consolidated clay. Selections from Symposium of Soft Soil

Base. Beijing: Water Resources Press, 1980.

- [3] 王年香,魏汝龙. 软黏土的归一化应力应变模式[J]. 水利水运科学研究, 1989, (3): 45 ~ 55.
Wang Nianxiang, Wei Rulong. A normalized stress-strain model for soft clays. Hydro-Science and Engineering, 1989, (3): 45 ~ 55.
- [4] Desai, C. S. Nonlinear Analysis Using Spline Functions. J. S. M. F. D., ASCE, 1971, 97(SM10).
- [5] 殷德顺,等. 基于分数阶微积分理论的软土应力-应变关系[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, (28)增1, 2973 ~ 2979.
Yin Deshun, et al. Stress-strain relation of soft soil based on fractional calculus operators theory. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, (28)1, 2973 ~ 2979.
- [6] 殷德顺,等. 负幂本构模型的切线模量[J]. 岩土力学, 2009, 30(7): 2168 ~ 2172.
Yin Deshun, et al. Tangent modulus of negative-power constitutive model. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(7): 2168 ~ 2172.
- [7] 蒋彭年. 土的本构关系[M]. 北京: 科学出版社, 1980.
Jiang Pengnian. The Constitutive Relations of Soil. Beijing: Science Press, 1980.
- [8] 沈珠江. 考虑剪胀性土和石料的非线性应力应变模式[J]. 水利水运科学研究, 1986, (4): 1 ~ 14.
Shen Zujang. A nonlinear dilatant stress-strain model for soils and rock materials. Hydro-Science and Engineering, 1986, (4): 1 ~ 14.
- [9] 王立忠,赵志远,李玲玲. 考虑土体结构性的修正邓肯-张模型[J]. 水利学报, 2004, (1): 83 ~ 89.
Wang Lizhong, Zhao Zhiyuan, Li Lingling. Nonlinear elastic model considering soil structural damage. Journal of Hydraulic Engineering, 2004, (1): 83 ~ 89.
- [10] 冯世进,周子范,陈云敏,等. 城市固体废弃物剪切强度参数的研究[J]. 浙江大学学报((工学版)), 2005, 39(7): 987 ~ 991.
Feng Shijin, Zhou Zifan, Chen Yunmin, et al. Study on shear strength parameters of municipal solid waste. Journal of Zhejiang University(Engineering Science), 2005, 39(7): 987 ~ 991.
- [11] 周葆春,冯波,汪墨,等. 武汉黏土 Duncan 本构模型参数研究[J]. 岩土力学, 2008, 29(7): 1788 ~ 1792.
Zhou Baochun, Feng Bo, Wang Mo, et al. Research on parameters of Duncan models for Wuhan clay. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(7): 1788 ~ 1792.
- [12] 董建国,赵锡宏. 高层建筑地基基础-共同作用理论与实践[M]. 同济大学出版社, 1997, 41 ~ 42.
Dong Jianguo, Zhao Xihong. Foundation of High-Rise Building-Theory and Practice of Interaction. Tongji University Press, 1997, 41 ~ 42.
- [13] 杨学强,朱志政,韩高升,等. 不同应力路径下土体的变形特征与破坏特性[J]. 岩土力学, 2006, 27(12): 2181 ~ 2185.
Yang Xueqiang, Zhu Zhizheng, Han Gaosheng, et al. Deformation and failure characteristics of soil mass under different stress paths. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(12): 2181 ~ 2185.
- [14] 李治. 模拟基坑应力路径的真三轴平面应变试验研究[硕士学位论文][D]. 南京: 河海大学, 2007.
Li Zhi. Plane strain experiment research of simulating stress path of excavation pit by the true triaxial cell[M. S. Thesis]. Nanjing: Hehai University, 2007.